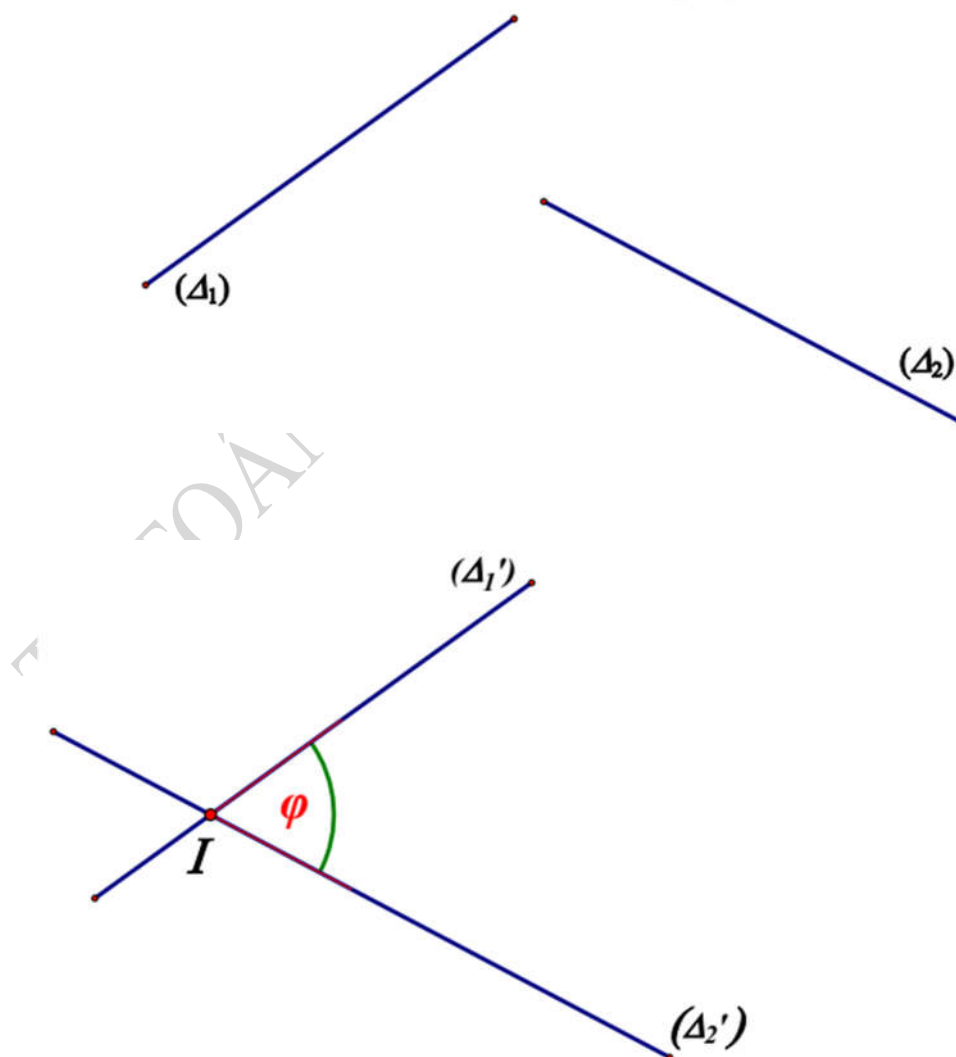


Chủ đề**GÓC GIỮA 2 ĐƯỜNG THẲNG****A- LÝ THUYẾT:****1. Góc giữa hai đường thẳng:**

- ✓ Góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 là góc giữa hai đường thẳng Δ_1', Δ_2' cùng đi qua một điểm và lần lượt song song (hoặc trùng) với Δ_1, Δ_2 .
- ✓ Chú ý:
 - Góc giữa hai đường thẳng không vượt quá 90° .
 - Khi $(\Delta_1, \Delta_2) = 90^\circ$ ta nói hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 vuông góc nhau. Ký hiệu $\Delta_1 \perp \Delta_2$.



2. Cách tìm góc giữa hai đường thẳng:

Cách 1: Dùng định nghĩa rồi áp dụng các hệ thức lượng trong tam giác để tính góc.

Ví dụ 1:

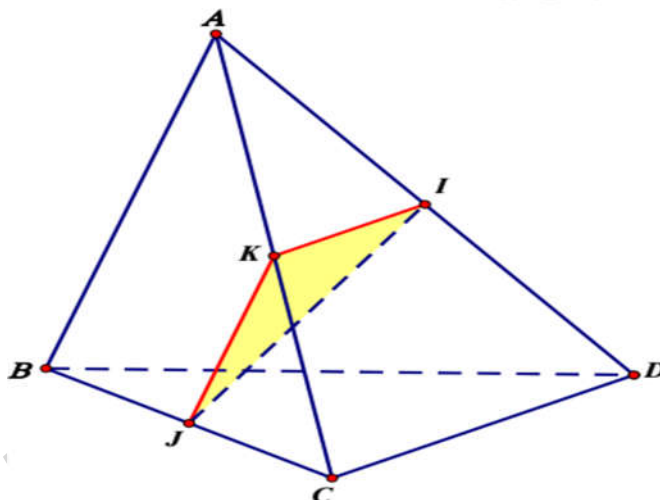
Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC . Biết $AB = CD = 2a, IJ = a\sqrt{3}$.
Tính góc giữa AB và CD .

Giải

Bước 1: Do AB và CD không có điểm chung nên trước tiên ta phải **chọn 1 điểm trong không gian thật khéo** để quy được góc giữa AB và CD về **góc giữa hai đường thẳng cắt nhau tại điểm đã chọn**.

Bài này chúng ta sẽ **chọn điểm đó là trung điểm K của AC**

Bước 2: Từ K đã chọn ở trên, chúng ta lần lượt dựng các đường thẳng $KJ//AB$ và $KI//CD$ (J thuộc BC và I thuộc AD)



Bước 3: Góc giữa AB và CD bằng góc giữa IK và JK .

(Lưu ý: Do góc giữa hai đường thẳng luôn là góc $\leq 90^\circ$ nên $(\widehat{IK, JK}) = \widehat{IKJ}$ nếu $\widehat{IKJ} \leq 90^\circ$;
 $(\widehat{IK, JK}) = 180^\circ - \widehat{IKJ}$ nếu $\widehat{IKJ} > 90^\circ$. Vậy $\cos(\widehat{IK, JK}) = |\cos \widehat{IKJ}|$)

Để tìm $\widehat{IKJ}$ là 1 góc trong tam giác thì có nhiều cách để tìm, ở đây vì đã biết 3 cạnh của tam giác nên ta áp dụng định lý hàm số cosin trong tam giác IJK:

$$\cos \widehat{IKJ} = \frac{IK^2 + JK^2 - IJ^2}{2IK \cdot JK} = \frac{a^2 + a^2 - (a\sqrt{3})^2}{2a \cdot a} = \frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos(\widehat{IK, JK}) = |\cos \widehat{IKJ}| = \frac{1}{2} \Rightarrow (\widehat{IK, JK}) = 60^\circ$$

Cách 2: Dùng vector

✓ Gọi $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ lần lượt là vector chỉ phương của Δ_1, Δ_2 . Khi đó:

+ Nếu $\left(\vec{u}_1, \vec{u}_2\right) \leq 90^\circ$ thì $\left(\Delta_1, \Delta_2\right) = \left(\vec{u}_1, \vec{u}_2\right)$

+ Nếu $\left(\vec{u}_1, \vec{u}_2\right) > 90^\circ$ thì $\left(\Delta_1, \Delta_2\right) = 180^\circ - \left(\vec{u}_1, \vec{u}_2\right)$

✓ Chú ý: $\cos\left(\Delta_1, \Delta_2\right) = \left|\cos\left(\vec{u}_1, \vec{u}_2\right)\right|$; $\cos\left(\vec{u}_1, \vec{u}_2\right) = \frac{\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2}{\left|\vec{u}_1\right| \cdot \left|\vec{u}_2\right|}$; $\vec{u}_1 \perp \vec{u}_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$

Ví dụ 2:

Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$, SA vuông góc AC và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SB, SD . Tính góc giữa:

a) SA và AD

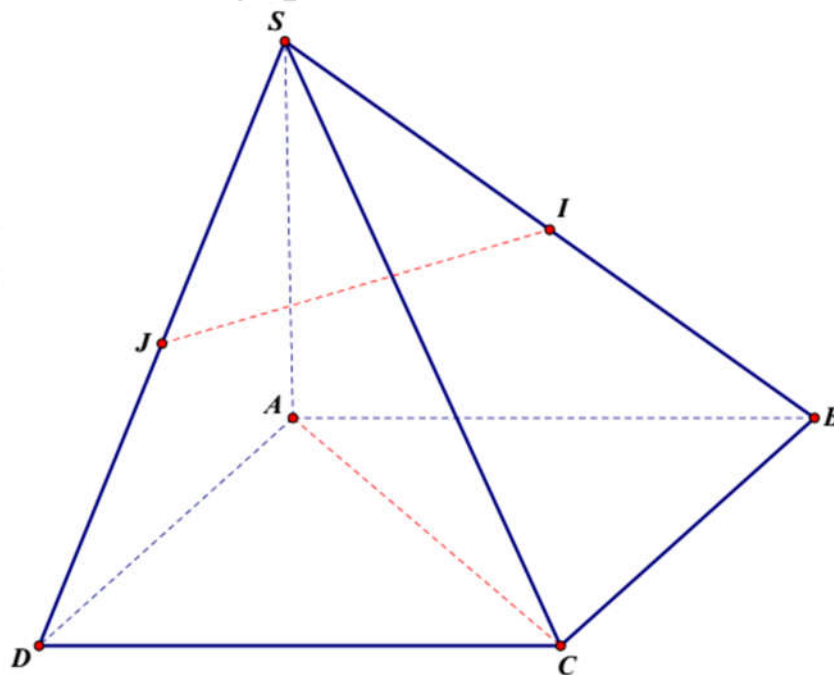
b) SD và BC

c) SD và AB

d) IJ và AC .

Giải:

Giả thiết cho SA vuông góc AC và CD nên các em cần chú ý: $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$; $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$



a) Với chú ý ở trên thì ta cần biểu diễn $\overrightarrow{AD}$ sao cho có mặt các vector $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CD}$: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$

$$\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{SA} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$$

Vậy góc giữa SA và AD là 90° .

b) Với chú ý ở trên thì ta cần biểu diễn $\overrightarrow{SD}$ sao cho có mặt vector $\overrightarrow{SA}$: $\overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AD}$

Ở câu a, SA vuông góc với AD mà $BC \parallel AD$ nên SA vuông góc với BC nên ta giữ $\overrightarrow{BC}$

$$\overrightarrow{SD} \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 + a^2 = a^2$$

(do $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng nên tích vô hướng bằng tích độ dài của AD và BC)

Vậy:

$$\begin{aligned} \cos(\widehat{SD, BC}) &= \frac{\overrightarrow{SD} \cdot \overrightarrow{BC}}{SD \cdot BC} = \frac{\overrightarrow{SD} \cdot \overrightarrow{BC}}{\sqrt{SA^2 + AD^2} \cdot BC} = \frac{a^2}{a\sqrt{2} \cdot a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \Rightarrow \cos(\widehat{SD, BC}) &= \left| \cos(\widehat{SD, BC}) \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \Rightarrow (\widehat{SD, BC}) &= 45^\circ. \end{aligned}$$

B- BÀI TẬP TỰ LUYỆN: Các em làm vào vở bài tập Hình học của mình:

1/ Câu c và d ở ví dụ 2

2/ Bài tập 3.2 trang 2 trong Đề cương Toán 11/Minh Khai.

Các em có gì chưa hiểu rõ thì trực tiếp hỏi giáo viên môn Toán lớp mình nhé !